

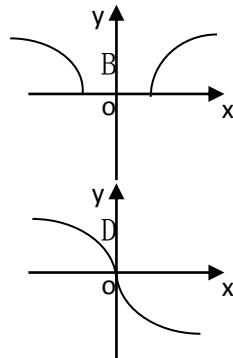
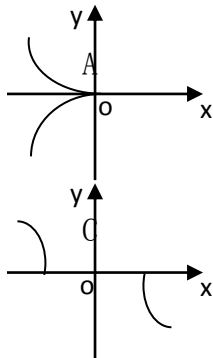
沈阳北软信息职业技术学院注册单招考试

(数学)

(本试卷满分 150 分, 答题时间 60 分钟)

一、单项选择题 (每题 6 分, 共 60 分)

1. 已知集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{2, 3\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
A. \emptyset B. $\{2\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{1,2,3\}$
2. 下列关系正确的是 ()
A. $\sqrt{7} \in R$ B. $\sqrt{7} \in Q$ C. $\sqrt{7} \in Z$ D. $\sqrt{7} \in N$
3. 120° 角的终边在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. 不等式 $x(x-1) < 0$ 的解集是 ()
A. $\{x|0 < x < 1\}$ B. $\{x|x < 1\}$ C. $\{x|x < 0\}$ D. $\{x|x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$
5. 函数 $y = 4\sin 2x (x \in R)$ 是 ()
A. 周期为 2π 的奇函数 B. 周期为 2π 的偶函数
C. 周期为 π 的奇函数 D. 周期为 π 的偶函数
6. 设向量 $\vec{a} = (1,1)$, $\vec{b} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 则下列结论中正确的是 ()
A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\vec{a} // \vec{b}$ D. $\vec{a} - \vec{b}$ 与 \vec{b} 垂直
7. 如图, 函数 $y = f(|x|)$ 的图图像只可能是 ()



8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, 公比=2, 则该数列的前 5 项和等于()

- A . 31 B . 33 C. 63 D. 64

9. 已知 x 、 y 满足条件 $\begin{cases} x-y+5 \geq 0, \\ x+y \geq 0, \\ x \leq 3. \end{cases}$ 则 $2x+4y$ 的最小值为 ()

- A. 6 B. 12 C. -6 D. -12

10. 函数 $f(x)=x-\sin x$ 的零点个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。要求直接写出结果，不必写出计算过程或推证过程。

1. $2\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$ 的值是_____.

2. 已知向量 $\vec{a}=(-3,2)$, $\vec{b}=(2,x)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $x=$ _____.

3. 函数 $y=(\frac{1}{3})^x$ ($1 \leq x \leq 3$) 的最大值是_____.

4. 两条直线 $x+2y+1=0$, $x-2y+3=0$ 的交点坐标是_____.

三、解答题：本大题共 4 题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

1. (本小题满分 17 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n , $a_1=2$, $S_6=42$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

2. (本小题满分 15 分)

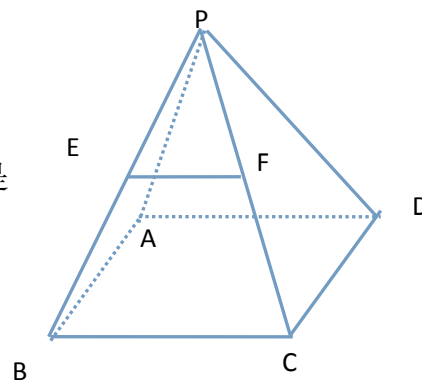
已知向量 $m=(\sin A, \cos A)$, $n=(\sqrt{3}, -1)$, $m \cdot n=1$, 且 A 为锐角.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 求函数 $f(x)=\sqrt{3} \cos 2x+4 \cos A \sin x \cos x$ ($x \in [0, \frac{\pi}{4}]$) 的值域.

3. (本小题满分 18 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是平行四边形, E, F 分别是棱 PB, PC 的中点, 求证: EF 平行于平面 PAD .



第三题图

4. (本小题满分 20 分)

已知圆 C 的圆心为点 $C(0,1)$, 且与直线 $x+y-3=0$ 相切

- (I) 求圆 C 的标准方程;
- (II) 求圆 C 在 OY 轴上截得的线段长.

参考答案

一、选择题

1、B 2、A 3、B 4、A 5、C 6、C 7、B 8、A 9、C 10、B

二、填空题

1、 $\frac{1}{2}$ 2、3 3、 $\frac{1}{3}$ 4、 $(-2, \frac{1}{2})$

三、解答题

1. 解: (I) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 由等差数列求和公式

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$

将 $a_1 = 2$, $S_6 = 42$ 代入上式得:

$$6 \times 2 + \frac{6(6-1)}{2}d = 42$$

$$\text{即 } d = 2$$

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{即 } a_n = 2n.$$

(II) 由等差数列求和公式

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$

得

$$S_n = n^2 + n.$$

2. 解: (I) 由向量 $\mathbf{m} = (\sin A, \cos A)$, $\mathbf{n} = (\sqrt{3}, -1)$, $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = 1$ 得:

$$\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = \sqrt{3} \sin A - \cos A = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin A - \frac{1}{2} \cos A\right) = 1$$

$$\text{即 } \sin\left(A - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

又由 A 为锐角 得

$$A = \frac{\pi}{3}$$

(II) 由函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos 2x + 4 \cos A \sin x \cos x$

$$= \sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x$$

$$= 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

又由 $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ 得:

$$\frac{\pi}{3} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{5\pi}{6}, \quad \frac{1}{2} \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$$

所以 $1 \leq f(x) \leq 2.$

3. 证明: EF 平行于 BC

又四边形 ABCD 是平行四边形

BC 平行 AD 所以 EF 平行 AD

AD 属于平面 PAD

所以 EF 平行 PAD

4. 解 (I) 因为圆 C 的圆心为点 $C(0,1)$, 且与直线 $x + y - 3 = 0$ 相切

所以圆心 $C(0,1)$ 到此直线的距离即为所求圆的半径 r

即

$$r = \frac{|0+1-3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2}$$

所以 求圆 C 的标准方程为:

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 = 2$$

(II) 设圆 C 与 y 轴两个交点分别为 E, F , 令上式中 $x = 0$ 得:

$$y_1 = \sqrt{2} + 1 \quad y_2 = -\sqrt{2} + 1$$

即 $E(0, \sqrt{2} + 1), F(0, -\sqrt{2} + 1)$,

所以 圆 C 在 OY 轴上截得的线段

$$|EF| = 2\sqrt{2}$$